



Algoritma *Differential Evolution* untuk Estimasi Parameter Sumber Anomali *Self-Potential*

Dharma Arung-Laby^{*)}, A. M. Miftahul Huda

Sekolah Tinggi Teknologi Minyak dan Gas Bumi (STT Migas) Balikpapan, Jl. Transad KM.9 No.76
Karangjoang Balikpapan 76125, Kalimantan Timur, Indonesia

*E-mail korespondensi: dharma@sttmigas.ac.id

Info Artikel:

Dikirim:
22 Juni 2022
Revisi:
28 Juni 2022
Diterima:
30 Juni 2022

Kata Kunci:

*Differential-
Evolution; Self-
Potential;
Parameter;
Inversi; Optimasi-
Global;
Metaheuristik*

Abstract

Self-Potential (SP) anomaly is naturally occurring potential differences due to electrochemical, electro-kinetic, and thermoelectric sources in the subsurface. The Source of SP anomaly can be modeled as a simple-geometry body, e.g: spheres, cylinders, and inclined sheets. The model parameter of SP anomaly is generally estimated using local optimization such as gradient-search-based methods. However, these methods have some drawbacks. Therefore, this problem needs to address using global optimization, namely Differential Evolution (DE) algorithm. DE is one of the metaheuristic algorithms adopting biological evolution in the optimization process. In this work, the DE algorithm is implemented to estimate the parameters of SP anomaly sources. There are two stages in this work, e.g: synthetic test and field data inversion. In the synthetic test, DE is built and implemented in synthetic data generated from a cylinder body contaminated by noise. This test shows that DE can estimate the parameters of the cylinder body (SP anomaly source) well. In the field data inversion, DE is implemented to estimate the SP Surda anomaly which has been studied by other methods. The results of DE estimation are comparable to the previous studies, and able to provide uncertainty information. DE algorithm can be implemented to characterize the source of SP anomaly for further study.

PENDAHULUAN

Dalam beberapa kasus, sumber anomali *Self-Potential* (SP) di bawah permukaan dapat dimodelkan sebagai suatu tubuh/*body* dengan geometri sederhana seperti : bola, silinder vertikal maupun horisontal, dan sebagai suatu lapisan tipis dengan kemiringan tertentu. Untuk memodelkan sumber anomali tersebut, perlu dilakukan estimasi parameter model sumber anomali SP melalui inversi.

Inversi data SP berbasis pendekatan lokal menggunakan *least-squares* dan pengembangannya telah berhasil dilakukan [1]. Akan tetapi inversi berbasis pendekatan lokal memiliki keterbatasan, di antaranya : (1) rawan terjebak pada minimum lokal, (2) hasil estimasi sangat bergantung pada model awal. Untuk mengakomodasi keterbatasan tersebut, inversi data SP dilakukan menggunakan pendekatan global. Algoritma metaheuristik sangat cocok untuk diterapkan dalam permasalahan optimasi global seperti pada kasus inversi data SP.

Algoritma metaheuristik secara luas digunakan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi yang kompleks, seperti dalam permasalahan inversi geofisika, termasuk kasus SP.

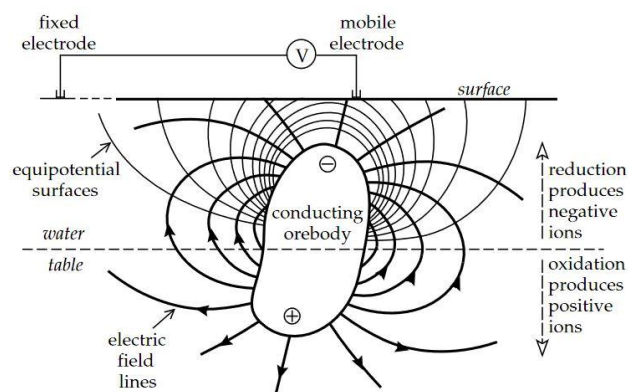
Dibandingkan dengan metode-metode berbasis *gradient search* dan optimasi klasik lainnya, algoritma metaheuristik umumnya jauh lebih mampu menyelesaikan permasalahan optimasi kompleks [2]. Hal ini dikarenakan algoritma metaheuristik memiliki dua karakteristik utama seperti: eksplorasi (diversifikasi) dan eksploitasi (intensifikasi) [3]. Algoritma ini dikembangkan untuk menyelesaikan permasalahan optimasi yang kompleks dengan lebih cepat dan *robust* [4]. Ini menjadi alternatif yang dapat diterapkan dalam permasalahan inversi SP.

Dalam beberapa beberapa dekade terakhir, algoritma-algoritma metaheuristik telah berhasil diterapkan pada permasalahan inversi geofisika, di antaranya : *Genetic Algorithm (GA)* [5], *Particle Swarm Optimization (PSO)* [6], [7], *Simulated Annealing (SA)* [8], dan lain sebagainya. Algoritma-algoritma tersebut (dalam melakukan optimasi) mengadopsi proses-proses yang ada di alam, seperti : evolusi biologis, perilaku sekawanan makhluk hidup, hingga proses pendinginan logam (*quenching*). *Differential evolution (DE)*, diusulkan oleh [9], merupakan salah satu contoh algoritma yang mengadopsi skema evolusi biologis dalam melakukan optimasi. Algoritma ini juga sudah banyak digunakan dalam permasalahan optimasi. Algoritma DE dikenal sangat sederhana, namun powerful. Studi ini berusaha untuk mengimplementasikan DE pada inversi data SP.

Pada studi ini, algoritma DE diimplementasikan pada data sintetik terlebih dahulu. Tujuannya untuk melihat performa algoritma inversi. Setelah diimplementasikan pada data sintetik, algoritma DE diimplementasikan pada data lapangan. Pada tahapan ini, hasil estimasi DE juga akan dibandingkan dengan hasil studi-studi sebelumnya sebagai perbandingan.

Metode Self-Potential (SP)

Metode Self-Potential (SP) mengacu pada metode eksplorasi kelistrikan bumi yang dilakukan dengan mengukur beda potensial alami antara dua titik, menggunakan elektroda non polarisasi yang terhubung ke voltmeter. Metode ini bertujuan untuk mengamati anomali parameter kelistrikan, dalam hal ini ialah nilai beda potensial alami, sebagai akibat dari proses elektrokimia, elektro-kinetik, dan sumber-sumber termo-elektrik di bawah permukaan. Metode SP banyak diterapkan pada studi lingkungan, eksplorasi, hingga mitigasi bencana alam [10].



Gambar 1. Ilustrasi metode Self-Potential (SP) [11]

Dalam geofisika interpretasi merupakan tahapan yang sangat krusial, demikian juga dalam metode SP. Umumnya interpretasi anomali SP didasarkan pada teknik-teknik optimasi dan pendekatan yang digunakan. Sejauh ini, interpretasi data SP telah berhasil dilakukan menggunakan berbagai teknik dan pendekatan, di antaranya: teknik tomografi [12], inversi *least-squares* [1], analisis sinyal [13], *Neural-Network (NN)* [14], dan dengan pendekatan global menggunakan algoritma metaheuristik, seperti yang telah disebutkan sebelumnya.

Di sisi lain, anomali SP dapat diinterpretasi menggunakan bentuk-bentuk geometri ideal seperti: bola, silinder horisontal maupun vertikal, dan suatu lapisan tipis dengan kemiringan tertentu [14], [15]. Pada awalnya interpretasi data SP terbatas hanya pada sumber anomali

tunggal. Namun beberapa tahun belakangan, interpretasi data SP telah berhasil diterapkan untuk kasus multi anomali [3], [8], yang merupakan kombinasi dari dua tubuh sumber anomali atau lebih. Dikarenakan permasalahan inversi pada kasus multi anomali jauh lebih kompleks dibandingkan dengan anomali tunggal maka digunakan pendekatan global untuk menyelesaikan permasalahan tersebut, yaitu dengan algoritma metaheuristik.

Formulasi Pemodelan Kedepan Anomali SP

Anomali SP dapat dihasilkan oleh suatu tubuh yang terkubur di bawah permukaan dengan bentuk geometri tertentu seperti bola, silinder vertikal maupun horisontal, dan sebagai suatu lapisan dengan kemiringan tertentu. Anomali SP pada sembarang titik pengukuran x , yang dihasilkan oleh sumber anomali berbentuk bola dan silinder dapat dituliskan sebagai berikut [16]:

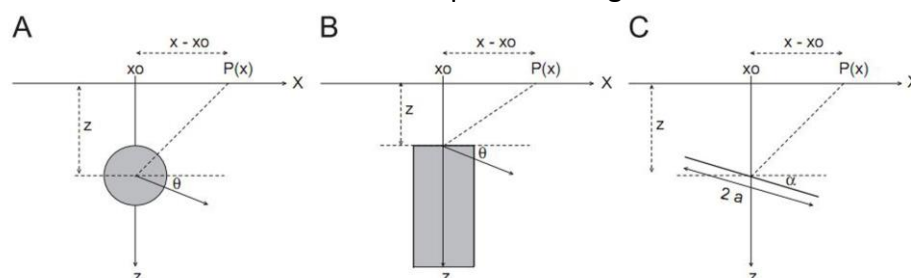
$$V(x) = \frac{(x - x_0) \cos \theta + z \sin \theta}{((x - x_0)^2 + z^2)^q} \quad (1)$$

di mana K adalah momen dipol arus, z merupakan kedalaman diukur dari permukaan ke pusat tubuh sumber anomali, adalah sudut polarisasi, x_0 adalah posisi pusat sumber anomali, dan q merupakan faktor geometri. Parameter q memiliki nilai 1.5 untuk bola (3-D), 1.0 silinder horizontal (struktur 2-D), dan 0.5 untuk silinder vertikal semi-infini (3-D).

Sementara itu, anomali pada suatu titik tertentu di permukaan, di atas garis yang tegak lurus terhadap jurus dari lapisan dengan batas batas horizontal tak berhingga, dinyatakan sebagai [17]):

$$V(x) = K \ln \left(\frac{[(x - x_0) - a \cos \theta]^2 + [z - a \sin \theta]^2}{[(x - x_0) + a \cos \theta]^2 + [z + a \sin \theta]^2} \right) \quad (2)$$

di mana θ adalah sudut inklinasi dan a merupakan setengah dari lebar tubuh anomali.



Gambar 2. Parameter-parameter dari sumber anomali yang berada di bawah permukaan: a) bola dan silinder horizontal; b) silinder vertikal; c) lapisan tipis [6]

Differential Evolution

Differential Evolution (DE) adalah salah satu contoh algoritma yang mengadopsi proses evolusi biologis (*evolutionary algorithm*). DE didasarkan pada penambahan perbedaan bobot antara dua individu yang dipilih secara acak dari populasi ke generasi ketiga untuk menemukan individu baru di setiap generasi. Algoritma ini mirip dengan GA, namun DE menggunakan urutan operator genetika yang berbeda. Algoritma ini umumnya dikarakterisasi dengan fitur-fitur kesederhanaan (*simplicity*), keefektifan, dan ketahanan (*robust*). Selain itu, algoritma ini mudah untuk diimplementasikan, hanya membutuhkan sedikit parameter pengontrol, serta memiliki karakteristik konvergensi yang cepat [9]. Oleh karena itu, DE telah diimplementasikan di berbagai bidang seperti akustik, biologi, ilmu material, mekanik, pencitraan medis, optik, matematika, fisika, seismologi, dan lain-lain.

Penerapan DE pada inversi data SP

Dalam inversi data SP, ada dua tahap yang dilakukan pada DE yaitu inisialisasi dan evolusi. Setelah secara acak menghasilkan popuasi awal dengan inisialisasi, populasi berevolusi dari satu generasi ke generasi berikutnya melalui mutasi, pindah silang (*crossover*), dan operasi-operasi seleksi hingga kriteria pemutusan tercapai. Salah satu perbedaan utama antara DE dengan algoritma evolusioner lainnya ialah reproduksi dilakukan oleh mutasi diferensial sebelum pindah silang. Siklus reproduksi untuk menghasilkan individu-individu pada generasi berikutnya dilakukan oleh operasi-operasi DE sebagai berikut.

1. Inisialisasi

Sebelum dilakukan inisialisasi vektor variabel yang dicari, dalam hal ini ialah parameter sumber anomali SP, dilakukan penentuan batas atas ($X_{\max}$) dan bawah ($X_{\min}$) ruang pencarian. Kemudian dilakukan inisialisasi populasi dari vektor yang dicari $X_{i,G} = (X_{i,G}^1, \dots, X_{i,G}^D)$, $i=(1, \dots, Np)$, di mana Np adalah jumlah populasi, D merupakan jumlah vektor atau parameter model, G adalah generasi saat ini (dalam iterasi algoritma), i adalah indeks dari individu-individu. Vektor X berisi parameter sumber anomali SP. Inisialisasi populasi dilakukan secara acak mengkitu persamaan :

$$X_{i,G}^j = X_{\min}^j + \text{rand}(0,1) \cdot (X_{\max}^j - X_{\min}^j) \quad (3)$$

di mana j merupakan indeks parameter dan $\text{rand}(0,1)$ merepresentasikan distribusi normal bilangan acak dalam rentang $[0,1]$.

2. Operasi Mutasi

Operasi ini dilakukan setelah inisialisasi untuk membuat vektor mutan (donor) $V_{i,G} = (V_{i,G}^1, V_{i,G}^2, \dots, V_{i,G}^D)$ untuk setiap vektor yang setiap vektor yang ingin dicari. Terdapat beberapa skema mutasi yang sering digunakan dalam algoritma DE. Pada studi ini digunakan skema mutasi yang mengikuti persamaan:

$$V_{i,G} = X_{r_1,G} + F \cdot (X_{\text{best},G} - X_{r_2,G}) + F \cdot (X_{r_3,G} - X_{r_4,G}) \quad (4)$$

Operasi mutasi dilakukan dengan cara menambahkan perbedaan dua vektor terhadap vektor ketiga (perturbasi) yang diberi faktor skala F , yang dikenal sebagai konstanta mutasi. Nilai F bernilai riil positif untuk mengendalikan tingkat pertumbuhan populasi. $X_{\text{best},G}$ merupakan vektor individu terbaik dalam populasi pada generasi G , dan indeks-indeks adalah bilangan bulat acak dan saling eksklusif, dan tidak ada yang sesuai dengan indeks dasar i dari vektor target saat ini.

3. Operasi Pindah Silang (Crossover)

Vektor percobaan dibuat menggunakan operasi pindah silang setelah operasi mutasi dihentikan. Hal ini dilakukan antar setiap pasangan vektor yang dicari ($X_{i,G}$) dengan vektor mutannya ($V_{i,G}$) untuk membentuk vektor hasil persilangan/percobaan $U_{i,G}^j$. Formulasi pindah silang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$U_{i,G}^j = \begin{cases} V_{i,G}^j, & \text{jika}(\text{rand}(0,1)) \leq Cr \\ X_{i,G}^j, & \text{lainnya} \end{cases} \quad (5)$$

yang mana Cr merupakan probabilitas pindah silang yang didefinisikan dari awal dalam rentang $[0,1]$. Parameter ini mengontrol fraksi nilai variabel yang disalin dari mutan. $j = j_{\text{rand}}$ adalah bilangan bulat yang dipilih secara acak dalam rentang $[0,1]$ untuk memastikan bahwa vektor percobaan tidak menggandakan vektor target.

4. Operasi Seleksi

Tahapan ini merupakan tahapan terakhir dari DE. Tahapan ini dilakukan dengan membandingkan nilai fungsi obyektif (*misfit*) antara vektor percobaan $U_{i,G}$ dengan vektor targetnya $X_{i,G}$. Apabila vektor $U_{i,G}$ memiliki *misfit* yang lebih kecil dari *misfit* $X_{i,G}$, maka $U_{i,G}$ akan menggantikan posisi $X_{i,G}$ dalam populasi pada generasi berikutnya. Jika terjadi sebaliknya, vektor target akan tetap pada posisinya dalam populasi. Evolusi yang telah disebutkan di atas diulangi sampai kriteria penghentian tercapai.

METODE PENELITIAN

Pada studi ini, algoritma DE diimplementasikan pada inversi data SP. Algoritma DE untuk inversi data SP dibangun dengan bahasa pemrograman MATLAB. Algoritma DE terlebih dahulu diimplementasikan pada data sintetik, sebelum nantinya akan diimplementasikan pada data lapangan. Data sintetik tersebut dibuat dari model yang parameternya telah didefinisikan sebelumnya yang ditambahkan dengan 5% *gaussian noise*. Uji sintetik ini dilakukan untuk melihat apakah DE dapat mengestimasi parameter model yang sudah didefinisikan sebelumnya.

Pada inversi data SP, DE diimplementasikan untuk mengestimasi parameter sumber anomali baik pada kasus anomali tunggal maupun multi anomali. Parameter yang perlu diestimasi, yaitu model geometrik anomali SP, direpresentasikan oleh vektor x pada ruang pencarian tertentu, $x = [K, \theta, z, q, a, x_0]$. Untuk mengestimasi parameter, DE perlu meminimumkan fungsi obyektif (*misfit*), yang didefinisikan sebagai berikut :

$$Misfit = 100 \frac{\|V_{obs}^i - V_{cal}^i\|_2}{\|V_{obs}^i\|_2} \quad (6)$$

di mana V_{obs}^i dan V_{cal}^i masing-masing adalah data SP pengamatan (*observed*) dan perhitungan (*calculated*) menggunakan L_2 norm [18]. Berikut adalah tahapan inversi SP :

1. Penentuan parameter DE yaitu Np , Cr , dan F , jumlah iterasi, serta ruang pencarian untuk setiap parameter yang dinotasikan dalam vektor X_{min} dan X_{max}
 2. Inisialisasi yaitu membangkitkan populasi sejumlah Np mengikuti Pers.(4)
 3. Evaluasi misfit setiap individu $f(x_i)$. Set sebagai iterasi pertama
 4. Untuk masing-masing individu, dilakukan langkah-langkah secara berurutan sebagai berikut
 - a. Mutasi. Hitung vektor mutan mengikuti skema mutasi pada Pers.(5)
 - b. Periksa vektor mutan apakah diluar interval X_{min} dan X_{max}
 - c. Pindah silang. Membangkitkan bilangan random r , lalu periksa apakah $r \leq Cr$. Jika ya, maka $u_i = v_i$. Jika tidak maka $u_i = x_i$
 - d. Dilakukan seleksi dengan memeriksa nilai $f(u_i)$ lalu dibandingkan dengan nilai $f(x_i)$ yang bersangkutan. Jika $f(u_i) < f(x_i)$, maka $x_i = v_i$. Jika tidak, maka $x_i = x_i$.
 - e. Kembali ke langkah 5a. Ini dilakukan secara berulang sampai batas iterasi maksimum.
- pada studi ini parameter DE yang digunakan untuk inversi ialah $(Np, F, Cr)=(100, 0,5, 0,9)$ [18].

Sebagai metode optimasi global, DE dirancang untuk mengeksploitasi dan mengeksplorasi ruang pencarian untuk mendapatkan minimum global. Hal ini dimaksudkan untuk mencari dan memilih kandidat terbaik serta menghasilkan beragam solusi yang memenuhi kriteria. Keseimbangan antara eksploitasi dan eksplorasi diperlukan untuk menemukan solusi global. Pada DE, keseimbangan tersebut sangat dipengaruhi oleh skema mutasi yang digunakan. Sekma mutasi DE yang digunakan di sini menghasilkan keseimbangan antara kedua karakteristik tersebut, mengacu pada studi terdahulu [19]. Untuk mencari solusi global, DE menyediakan semua model yang memenuhi kriteria ke dalam model *posterior density function* (PDM). PDM

ditentukan menggunakan toleransi fungsi *misfit*. Ini digunakan untuk memperkirakan parameter anomali SP di daerah *misfit* rendah.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Inversi SP dilakukan pada data sintetik terlebih dahulu. Ini dilakukan sebagai langkah untuk menguji apakah teknik inversi yang digunakan valid atau tidak, sebelum diimplementasikan pada data lapangan. Pada inversi data sintetik, data sintetik yang digunakan dibangun dari model berupa tubuh sumber anomali SP yang berbentuk silinder horisontal (seperti yang ditunjukkan pada nilai eksak parameter pada Tabel.1). Dalam setiap pengukuran, keberadaan noise pada data tentu tidak dapat dihindari. Oleh karena itu untuk mendekati kondisi sebenarnya, data sintetik yang digunakan pada pemodelan kedepan, diberi tambahan noise sebesar 5%. Hal ini dilakukan juga untuk melihat apakah teknik inversi *robust* terhadap *noise* atau tidak.

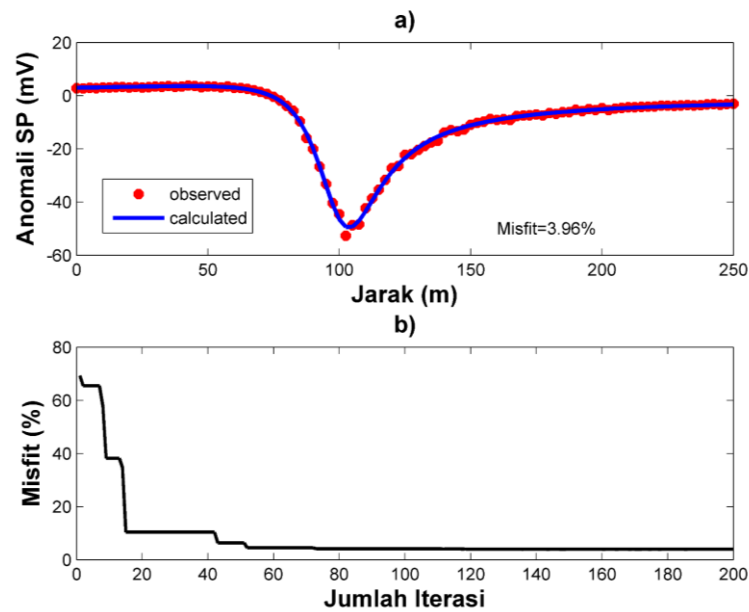
Pada inversi data sintetik, digunakan iterasi sebanyak 300 dengan ruang pencarian masing-masing parameter yang ditentukan seperti pada Tabel.1. Dalam tes ini setiap model yang memiliki misfit di bawah 12% dipilih sebagai solusi. Semua solusi model yang memenuhi dinyatakan dalam distribusi posterior model. Oleh karena itu, pada penelitian ini dilakukan estimasi posterior guna memperoleh solusi model terbaik. Solusi model terbaik atau hasil estimasi diperoleh menggunakan median posterior dan jangkauan interkuartil sebagai informasi ketidakpastian solusi inversi ($\text{median} \pm \text{iqr}$). Pada Tabel.1 diperoleh hasil estimasi parameter beserta dengan ketidakpastiannya. Dari hasil tersebut dapat dilihat bahwa estimasi tidak jauh berbeda dengan nilai parameter sebenarnya (eksak). Pada Gambar 3a terlihat hasil *fitting* anomali perhitungan memiliki kecocokan 3.96%. Ini menunjukkan bahwa algoritma DE dapat menginversi data SP yang terkontaminasi *noise* dengan baik dan *robust*. Lebih jauh, algoritma DE juga konvergen saat iterasi belum mencapai 200. Selanjutnya, algoritma DE dapat diimplementasikan pada data lapangan.

Untuk inversi data lapangan, data yang digunakan ialah anomali SP Surda. Anomali Surda merupakan data SP yang diperoleh dari lokasi tambang Rakha, area Surda, Singhbhum cooper belt, India. Data SP ini telah dijadikan bahan studi oleh beberapa peneliti, dengan menggunakan metode inversi yang berbeda. Metode tersebut di antaranya: *Neural Network* (NN) [14], *Very Fast Simulated Annealing* (VFSA) yang merupakan pengembangan dari SA [8], dan *Black Hole Algorithm* (BHA) [3]. Untuk inversi data SP ini, ruang pencarian diatur sesuai dengan studi terdahulu. Sumber anomali Surda dapat didekati dengan sumber berupa lapisan tipis. Dengan kata lain, ruang pencarian yang digunakan dalam penelitian ini sama dengan penelitian terdahulu.

Tabel.2 memperlihatkan hasil estimasi parameter sumber anomali Surda oleh DE beserta metode-metode lainnya. Pada tabel tersebut terlihat bahwa hasil estimasi yang diperoleh dengan algoritma DE tidak jauh berbeda dengan hasil estimasi dari studi terdahulu. Gambar 4.a memperlihatkan hasil *fitting* data lapangan dengan data perhitungan menggunakan DE, yang mana terlihat cocok. Algoritma DE juga mencapai konvergensi dengan cukup cepat ketika iterasi ke-70.

Tabel 1. Hasil Estimasi Parameter beserta Ruang Pencarian pada Kasus Anomali Tunggal

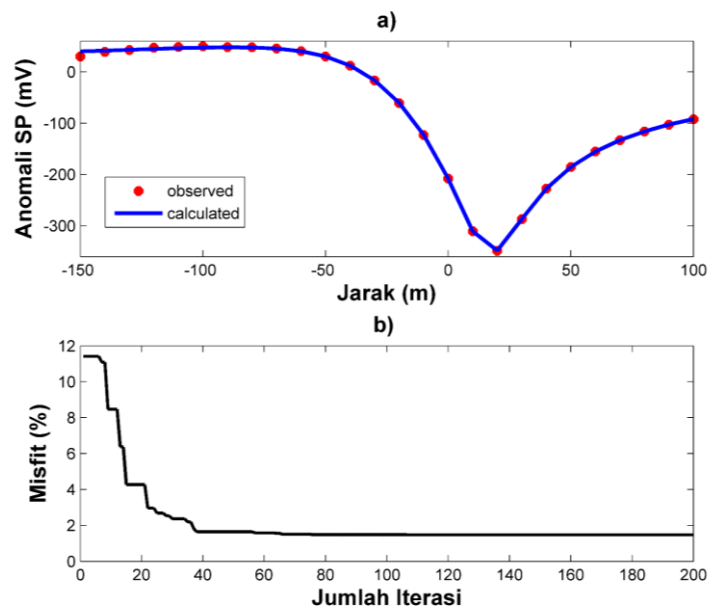
Parameter Model	K (mV)	θ (deg)	z (m)	q	x_0 (m)
Nilai eksak	-800	60	15	1	100
Ruang pencarian	-2000 - 2000	0 – 180	0 – 100	0.1 – 2	0 – 150
Hasil Estimasi	-650.62±62.89	60.99±0.59	14.4±0.26	0.97±0.01	99.85±0.04



Gambar 3. Inversi data sintetik kasus anomali tunggal : a) *Fitting-Curve* Anaomali SP pengamatan (*observed*) dan teoritis (*calculated*); b) Performa algoritma DE selama proses inversi

Tabel 3. Hasil Estimasi Parameter dengan DE pada Anomali Surda serta Perbandingan dengan Hasil Estimasi Metode Lain

Parameter Model	K (mV)	θ (deg)	z (m)	a (m)	x_0 (m)
Ruang pencarian	90 – 180	20 – 50	10 – 40	10 – 30	-20 – 40
NN[14]	130.86	50.96	27.78	19.51	5.86
VFSA[8]	107.80±3.3	47.50±0.4	31.10±0.2	26.10±0.8	-1.20±0.5
BHA[3]	102.67±0.9	45.55±0.2	31.16±0.1	27.43±0.2	-2.89±0.3
PSO [6]	98.36	45.98	31.40	28.8	-3.87
DE	99.6±4.5	45.31±0.0	31.33±0.0	28.35±1.5	-3.49±0.3



Gambar 4. Inversi data lapangan Anomali Surda : a) *Fitting-Curve* Anomali SP pengamatan (*observed*) dan teoritis (*calculated*); b) Performa algoritma DE selama proses inversi

KESIMPULAN

Algoritma *Differential Evolution* (DE) diimplementasikan untuk mengestimasi parameter sumber anomali *Self-Potential* (SP) dengan geometri sederhana seperti : bola, silinder, dan lapisan tipis. Algoritma DE diuji terlebih dahulu pada data sintetik yang terkontaminasi *noise*. Hasil uji pada data sintetik memperlihatkan bahwa algoritma DE dapat mengestimasi parameter model dengan baik dan dapat mengukur ketidakpastiannya. Selain itu, algoritma DE juga cepat dalam mencapai konvergensi. Selanjutnya, algoritma DE diimplementasikan pada lapangan yaitu, anomali Surda di India. Hasil estimasi DE sesuai dan tidak jauh berbeda dengan hasil-hasil studi terdahulu. Untuk selanjutnya algoritma DE dapat digunakan untuk karakterisasi sumber anomali SP.

UCAPAN TERIMA KASIH

Ucapan terima kasih ditujukan kepada Dr. Sungkono dari Departemen Fisika Institut Teknologi Sepuluh Nopember (ITS) Surabaya yang telah menyediakan data lapangan.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] A. D. Candra, W. Srigutomo, Sungkono, and B. J. Santosa, "A complete quantitative analysis of self-potential anomaly using singular value decomposition algorithm," in *2014 IEEE International Conference on Smart Instrumentation, Measurement and Applications (ICSIMA)*, Nov. 2014, pp. 1–4. doi: 10.1109/ICSIMA.2014.7047419.
- [2] M. G. Sahab, V. V. Toropov, and A. H. Gandomi, "2 - A Review on Traditional and Modern Structural Optimization: Problems and Techniques," in *Metaheuristic Applications in Structures and Infrastructures*, A. H. Gandomi, X.-S. Yang, S. Talatahari, and A. H. Alavi, Eds. Oxford: Elsevier, 2013, pp. 25–47. doi: 10.1016/B978-0-12-398364-0.00002-4.
- [3] Sungkono and D. D. Warnana, "Black hole algorithm for determining model parameter in self-potential data," *Journal of Applied Geophysics*, vol. 148, pp. 189–200, Jan. 2018, doi: 10.1016/j.jappgeo.2017.11.015.
- [4] E.-G. Talbi, *Metaheuristics: From Design to Implementation*. Hoboken, N.J: Wiley, 2009.
- [5] M. K. Jha, S. Kumar, and A. Chowdhury, "Vertical electrical sounding survey and resistivity inversion using genetic algorithm optimization technique," *Journal of Hydrology*, vol. 359, no. 1, pp. 71–87, Sep. 2008, doi: 10.1016/j.jhydrol.2008.06.018.
- [6] F. A. Monteiro-Santos, "Inversion of self-potential of idealized bodies' anomalies using particle swarm optimization," *Computers & Geosciences*, vol. 36, pp. 1185–1190, Sep. 2010, doi: 10.1016/j.cageo.2010.01.011.
- [7] D. A. Laby, Sungkono, B. J. Santosa, and A. S. Bahri, "RR-PSO: fast and robust algorithm to invert Rayleigh waves dispersion," *Contemporary Engineering Sciences*, vol. 9, pp. 735–741, 2016, doi: 10.12988/ces.2016.6685.
- [8] A. Biswas and S. P. Sharma, "Optimization of self-potential interpretation of 2-D inclined sheet-type structures based on very fast simulated annealing and analysis of ambiguity," *Journal of Applied Geophysics*, vol. 105, pp. 235–247, Jun. 2014, doi: 10.1016/j.jappgeo.2014.03.023.
- [9] R. Storn and K. Price, "Differential Evolution – A Simple and Efficient Heuristic for global Optimization over Continuous Spaces," *Journal of Global Optimization*, vol. 11, no. 4, pp. 341–359, Dec. 1997, doi: 10.1023/A:1008202821328.
- [10] A. Revil and A. Jardani, *The Self-Potential Method: Theory and Applications in Environmental Geosciences*. Cambridge: Cambridge University Press, 2013.

- [11] W. Lowrie, *Fundamentals of Geophysics*, 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 2007. doi: 10.1017/CBO9780511807107.
- [12] A. Revil, L. Ehouarne, and E. Thyreault, "Tomography of self-potential anomalies of electrochemical nature," *Geophysical Research Letters*, vol. 28, no. 23, pp. 4363–4366, 2001, doi: 10.1029/2001GL013631.
- [13] G. Mauri, G. Williams-Jones, and G. Saracco, "MWTmat—application of multiscale wavelet tomography on potential fields," *Computers & Geosciences*, vol. 37, no. 11, pp. 1825–1835, Nov. 2011, doi: 10.1016/j.cageo.2011.04.005.
- [14] H. M. El-Kaliouby and M. A. Al-Garni, "Inversion of self-potential anomalies caused by 2D inclined sheets using neural networks," *J. Geophys. Eng.*, vol. 6, no. 1, p. 29, 2009, doi: 10.1088/1742-2132/6/1/003.
- [15] H. M. El-Araby, "A new method for complete quantitative interpretation of self-potential anomalies," *Journal of Applied Geophysics*, vol. 55, no. 3, pp. 211–224, Mar. 2004, doi: 10.1016/j.jappgeo.2003.11.002.
- [16] P. K. Bhattacharya and H. P. Patra, "Direct Current Electric Sounding (Methods in Geochemistry and Geophysics, 9.)," *Geological Magazine*, vol. 106, no. 2, pp. 226–227, 1969, doi: 10.1017/S001675680005216X.
- [17] I. V. Radhakrishna-Murthy, K. S. Sudhakar, and P. Rama Rao, "A new method of interpreting self-potential anomalies of two-dimensional inclined sheets," *Computers & Geosciences*, vol. 31, no. 5, pp. 661–665, Jun. 2005, doi: 10.1016/j.cageo.2004.11.017.
- [18] E. Pekşen, T. Yas, A. Y. Kayman, and C. Özkan, "Application of particle swarm optimization on self-potential data," *Journal of Applied Geophysics*, vol. 75, no. 2, pp. 305–318, Oct. 2011, doi: 10.1016/j.jappgeo.2011.07.013.
- [19] Ç. Balkaya, "An implementation of differential evolution algorithm for inversion of geoelectrical data," *Journal of Applied Geophysics*, vol. 98, pp. 160–175, Nov. 2013, doi: 10.1016/j.jappgeo.2013.08.019.